

Глава IV О П Т И К А

§ 40. Поглощение и излучение электромагнитной энергии атомами

Весь накопленный к настоящему времени богатый экспериментальный материал со всей определенностью показывает, что процессы поглощения и излучения электромагнитной энергии атомами было бы ошибочно рассматривать как только элементарные акты поглощения и излучения некоторых гипотетических квантов энергии или фотонов. Это связано с тем обстоятельством, что способов подвода энергии к атомам, а также механизмов освобождения энергии из атомов существует большое множество. Вопросы, рассмотренные в данном разделе, можно отнести не только к атомам, но также и к молекулам или другим более сложным атомным системам.

Ранее нами были приведены необходимые условия существования стационарных орбит в планетарном атоме, т.е. те условия, при которых имеется запрет на излучение электромагнитных волн атомами, находящимися в основном состоянии. Теперь мы рассмотрим электромагнитные механизмы, с помощью которых атомы могут либо поглотить энергию, либо освободиться от избытка полной энергии над основным состоянием.

§ 41. Поглощение энергии

Начнем с механизмов, управляющих переходами атомов в возбужденные состояния. Одним из простейших способов передачи энергии атомам является обычное столкновение частиц. Два одинаковых атома, находящиеся в основном состоянии и имеющие некоторую ненулевую скорость сближения, при взаимном столкновении могут преобразовать кинетическую энергию атомов (в основном ядер) в потенциальную энергию возбуждения электронных оболочек. Такие столкновения атомов называются неупругими. При этом электроны переходят на орбиты, более удаленные от ядра, чем это было в основном состоянии. Вместе с потенциальной энергией увеличивается и полная энергия атомов. Таким способом, например, возбуждаются атомы кристаллической решетки твердого тела при тепловых колебаниях решетки или атомы газа, а также жидкости, нагретые до некоторой температуры T .

Перевести атомы в возбужденное состояние можно посредством воздействия на них любыми быстрыми частицами, взаимодействующими с электронами оболочек. Подобные методы возбуждения атомов называются безызлучательными процессами, поскольку осуществляются через непосредственное взаимодействие кулоновских и магнитных полей сталкивающихся частиц.

Таким образом, мы видим, что способ подвода энергии к атому может быть практически произвольным и не имеет принципиального значения. Существенным является лишь преодоление некоторого энергетического порога возбуждения атома, ниже которого атом не способен перейти в возбужденное состояние в силу дискретного характера его энергетических уровней в стационарном состоянии.

Особое место в данных процессах можно отвести возбуждению атомов посредством облучения их электромагнитными волнами, поскольку данное явление длительное время с классической точки зрения оставалось малоизученным и не понятным.

Хорошо известно, что в кристаллофосфорах свет может поглощаться одними активными центрами – центрами поглощения, а излучаться другими активными центрами – центрами свечения. Таким образом, в веществах существует перераспределение электромагнитной энергии между атомами. Миграция энергии в кристаллической решетке особенно активно происходит между однотипными центрами (явление концентрационного тушения). Исходя из этого, можно заключить, что поглощение света происходит резонансно одновременно очень многими атомами вещества. Затем эта поглощенная энергия, перераспределяясь, мигрирует по веществу и концентрируется в отдельных атомах, в которых происходят переходы в возбужденные состояния с последующим излучением.

Таким путем снимается противоречие между непрерывным взаимодействием света со всеми электронами вещества и дискретными процессами, происходящими в отдельных избранных атомах, что внешне напоминает явление обмена энергией с гипотетическими частицами, именуемыми фотонами.

При отсутствии центров поглощения или диссипации энергии, тем не менее, взаимодействие света с веществом остается весьма существенным и проявляется в отражении, преломлении и рассеянии света.

Таким образом, электромагнитные волны воздействуют на каждый электрон вещества, однако результат воздействия будет заметным, если частота движения электронов в веществе будет близка к частоте падающего излучения. Такое взаимодействие происходит по обычным законам классической электродинамики и хорошо описывается теорией Максвелла-Лоренца [1-9].

Учитывая те обстоятельства, что способ возбуждения атомов не имеет принципиального значения, что процесс возбуждения атомов с помощью электромагнитных волн носит резонансный характер, а также зависит от ориентации электрического вектора волны E по отношению к кристаллическим осям твердых тел, можно сделать предположение, что передача электромагнитной энергии электронам атомов в веществе происходит примерно так же, как это имеет место при акустическом возбуждении молекул или кристаллов, то есть по обычным классическим законам.

§ 42. Особенности поглощения света в фундаментальной области спектра

Характерной особенностью поглощения электромагнитных волн в ультрафиолетовой части является то, что спектр состоит из серии несимметричных полос, каждая из которых имеет очень резкую низкочастотную границу и медленный спад в области более высоких частот (рис.42.1). Кроме этого, такое поглощение характеризуется очень большими значениями коэффициента поглощения α , как для металлов, так и для диэлектриков.

Очень часто в литературе начало фундаментального поглощения при граничной частоте ν_0 в рамках зонной теории твердого тела называют переходом электрона из валентной зоны в зону электронной проводимости. Однако следует заметить, что такое объяснение не раскрывает сущности данного явления, поскольку такое же поглощение можно наблюдать и в газах, где отсутствует какая-либо зонная структура вещества, но сечение поглощения σ атомов или молекул остается примерно таким же. В связи с этим попытаемся более полно раскрыть механизм данного явления.

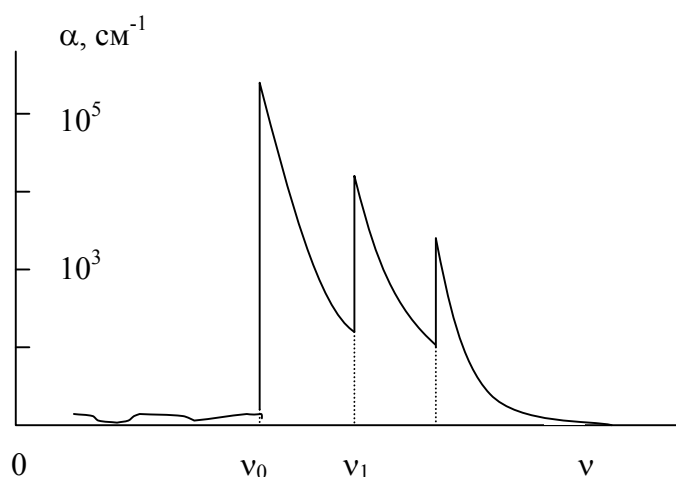


Рис.42.1. Характерный оптический спектр поглощения диэлектрика в области фундаментальной полосы.

Для более полного понимания механизма поглощения света в области фундаментальной полосы обратимся к дисперсионной теории поглощения волн в распределенных системах при наличии граничных или резонансных частот [10].

Частота ν_0 в спектре поглощения называется граничной или самой низкой резонансной частотой для распределенной системы колеблющихся электронов. Довольно часто ее отождествляют с плазменной резонансной частотой Ленгмюра, равной

$$2\pi\nu_0 = \omega_0 = \sqrt{\frac{ne^2}{\varepsilon_0 m}}, \quad (42.1)$$

где n – электронная плотность или количество резонансных электронов в единице объема вещества, e , m – заряд и масса электрона, ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума. На этой частоте обычно работают металлические и диэлектрические зеркала, эта же резонансная частота служит в роли длинноволновой (красной) границы фотоэффекта для большинства материалов, используемых в качестве фотокатодов.

Дисперсионное соотношение при наличии плазменной частоты выглядит следующим образом:

$$\omega^2 = \omega_0^2 + c^2 k^2, \quad (42.2)$$

где k – волновой вектор в среде. Вид этой зависимости представлен на рис.42.2. Из соотношения (42.2) видно, что электромагнитные волны в данной среде могут распространяться только при $\omega > \omega_0$, поскольку при $\omega < \omega_0$ волновой вектор k является мнимым и волна затухает.

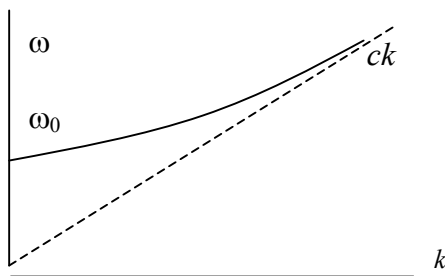


Рис.42.2. Дисперсионная зависимость частоты от волнового вектора в плазменной среде.

В области, где $\omega < \omega_0$, распределенная среда ведет себя как реактивная, т.е. волны полностью отражаются от этой среды и не проходят вглубь, быстро затухая по экспоненте. В реактивной среде волны не совершают никакой работы над движущимися электронами, поэтому поглощение энергии данной группой резонансных электронов полностью отсутствует.

Совсем другая ситуация возникает в области частот, где $\omega > \omega_0$. Эта область называется дисперсивной областью частот. В радиотехнике она называется “полосой пропускания”. В дисперсивной среде волны проходят вглубь вещества и, совершая работу над движущимися электронами, интенсивно ими поглощаются. В этом заключается качественное и принципиальное отличие данных двух областей. При дальнейшем увеличении частоты система постепенно выходит из резонанса и коэффициент поглощения плавно снижается до тех пор, пока не встретится следующая резонансная частота ν_1 и т.д. (рис.42.1).

Вполне естественно, нижнюю частоту ν_0 в веществе связать со средней частотой движения электронов во внешних электронных оболочках атомов,

где электроны имеют наименьшую энергию связи. Это так называемые валентные или оптические электроны, проявляющие себя наиболее активно в видимом диапазоне оптического спектра. Следующие частоты ν_1 , ν_2 и т.д. можно отнести к движению электронов в более глубоких электронных оболочках атомов. Данные частоты, как правило, связывают с рентгеновскими спектрами поглощения. Поглощение и излучение света происходит и на разностных частотах движения электронов – частотах биения электронной плотности в атомах.

Интересно отметить сходство выражения (42.2) с зависимостью энергии электрона от его импульса

$$E^2 = (mc^2)^2 = (m_0c^2)^2 + p^2c^2, \quad (42.3)$$

где E – полная кинетическая энергия электрона с учетом зависимости массы электрона m от его скорости v , $p = mv$ – импульс электрона.

С точки зрения “математика” выражения (42.2) и (42.3) подобны, если энергию E соотнести с частотой ω , а импульс – с волновым вектором k . Тогда энергию покоя электрона m_0c^2 можно соотнести с некоторой граничной частотой ω_0 . Реально же какой-либо процесс в электроны с такой частотой отсутствует, поскольку данная частота появилась вследствие коллективных плазменных колебаний электронов в веществе. Поэтому данное “математическое” сходство следует воспринимать как чисто формальное.

Исходя только из одной математики, невозможно разграничить эти явления, поэтому в математической физике может возникнуть путаница, если не принимать во внимание механизмы физических явлений, а ограничиваться лишь расчетной стороной. В качестве иллюстрации подобной ситуации приведем еще один пример.

При выводе динамического уравнения Шредингера мы видели, что полная энергия электрона, включая и потенциальную энергию, действительно пропорциональна средней частоте движения электронов в атомах. В методе Фурье при нахождении комплексной амплитуды ψ функции распределения электронов по координатам мы обнаружили, что согласно теореме Лиувилля импульс электрона p служит аналогом для пространственной частоты k функции распределения. При этом имеет место соотношение

$$p = \hbar k. \quad (42.4)$$

Но это вновь исключительно формальное сходство с соотношениями (42.2) и (42.3), где фигурируют величины p и k . Все рассмотренные соотношения имеют вполне понятную и совершенно различную физическую основу, поскольку возникли из различных механизмов и даже разделов физики: соотношения (42.1) и (42.2) – из области резонансных явлений,

соотношение (42.3) – из электродинамики и формулы Лоренца, а соотношение (42.4) – из статистической физики, теоремы Лиувилля и метода Фурье. Математически же эти соотношения невозможно разграничить, поскольку в математике не оговорены реальные процессы и механизмы.

Так возникает непонимание современной физики в том случае, когда исследователи ограничиваются лишь математическими моделями и не учитывают конкретные механизмы физических явлений.

§ 43. Излучение и передача энергии атомами

В классической атомной физике излучение атома принято рассматривать на основе электрической дипольной модели [7]. Однако следует учесть, что дипольной моделью в теории Максвелла-Герца обычно пользуются для описания излучения макроскопических антенн, когда в процессе участвует огромное количество электронов.

Для анализа процесса излучения отдельного электрона в атоме более корректным является вычисление векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} с использованием запаздывающих потенциалов Льенара-Вихерта. В этом случае можно избежать тех ошибок, которые обычно возникают при вычислении электромагнитных полей для электронов, движущихся по сложным траекториям.

Учитывая то обстоятельство, что существует множество различных способов высвобождения электромагнитной энергии, накопленной атомами, процесс излучения электромагнитных волн как отдельными атомами, так и большим количеством атомов (или веществом) было бы ошибочно считать некоторой совокупностью элементарных актов в виде излучения гипотетических фотонов. Вспомним лишь некоторые из этих механизмов.

Можно привести массу примеров, когда электромагнитная энергия, поглощенная в условиях резонанса, т.е. при наличии явных переходов между уровнями энергии примесных атомов в веществе или центрах окраски, затем безызлучательно преобразуется в тепловые колебания атомов вещества, т.е. в обычную механическую энергию.

В металлах в видимой области спектра электромагнитная энергия, как правило, полностью переходит в тепловые колебания атомов.

И лишь в хороших люминофорах, синтезированных из химически чистых веществ, при наличии подходящих каналов передачи энергии от поглощающих центров к излучающим, энергия возбуждения центров окраски может быть с высокой эффективностью преобразована в электромагнитное излучение.

Энергия от возбужденного атома к атому, находящемуся в основном состоянии, может быть передана безызлучательным путем, т.е. посредством обычных локальных электромагнитных полей в результате так называемых столкновений второго рода в газах [8], что широко используется в лазере, работающем на смеси углекислого газа, азота и гелия, а также в гелий-неоновом лазере. При этом процесс передачи энергии возбуждения от

одного атома к другому может происходить как при наличии резонанса между уровнями энергии атомов, так и при отсутствии резонанса. Процессы нерезонансной передачи возбуждения при столкновении атомов используются также для создания инверсной заселенности в ряде лазеров непрерывного действия, работающих на переходах ионов металлов.

Довольно интересным является процесс передачи энергии безызлучательным путем от одного электрона к другому внутри одного и того же атома при оже-эффекте [9]. Этот процесс включает в себя заполнение одним из электронов оболочки атома вакансии, образованной на одном из внутренних уровней энергии атома, с безызлучательной передачей выделенной при этом энергии электрону другого (вышележащего) уровня и переводом его в возбужденное состояние. Если переданная энергия достаточна, то возбужденный электрон покидает атом (оже-электрон). Первичная вакансия может быть образована, например, при облучении атома рентгеновским излучением, электронами или ионами с достаточной энергией.

Из рассмотренных способов передачи энергии от возбужденных атомов к другим объектам можно сделать вывод, что излучение электромагнитной энергии в виде поперечных электромагнитных волн атомами возможно в тех случаях, когда данный процесс не будет подавлен (потушен) другими каналами утечки энергии возбуждения, которые очень часто бывают значительно более эффективными, как это происходит, например, в случае тушения люминесценции в кристаллах посторонними примесями.

Попытаемся проанализировать механизм излучения электромагнитных волн атомами, который бы не противоречил ни законам сохранения, ни принципу причинности, ни всем известным в настоящее время экспериментальным данным. Поскольку эксперименты проводятся, как правило, с веществами, а не с отдельными атомами, то в качестве примера рассмотрим систему, состоящую из множества атомов.

Допустим, что подавляющая часть атомов находится в основном состоянии с энергией E_0 и некоторая часть атомов – в возбужденном состоянии с энергией E_1 . При этом среднестатистические частоты движения электронов равны $\omega_0 = \frac{E_0}{\hbar}$ и $\omega_1 = \frac{E_1}{\hbar}$, соответственно.

Каждое из этих движений в отдельности является стационарным и может быть описано комплексными амплитудами функций распределения

$$\Phi_0 = R_0(x, y, z) \exp(-i\omega_0 t) \text{ и } \Phi_1 = R_1(x, y, z) \exp(-i\omega_1 t).$$

Функции Φ_0 и Φ_1 являются собственными функциями уравнения Шредингера (35.9). В силу линейности уравнения Шредингера функция $\Phi = C_0\Phi_0 + C_1\Phi_1$, являющаяся суперпозицией двух различных амплитуд, также является решением данного уравнения. При этом коэффициенты C_0 и C_1

отражают парциальный вклад каждого состояния в общую систему атомов.

Вычислим общую функцию распределения рассматриваемой системы $w = |\Phi|^2$:

$$\begin{aligned} w &= |C_0 \Phi_0 + C_1 \Phi_1|^2 = \\ &= |C_0 R_0 (\cos \omega_0 t - i \sin \omega_0 t) + C_1 R_1 (\cos \omega_1 t - i \sin \omega_1 t)|^2 = \\ &= |C_0 R_0|^2 + |C_1 R_1|^2 + 2 |C_0 R_0 C_1 R_1| \cos(\omega_0 - \omega_1)t. \end{aligned} \quad (43.1)$$

Мы видим, что данное выражение имеет интерференционный член, который описывает гармонические колебания с частотой биений между двумя боровскими частотами ω_0 и ω_1 .

Формула (43.1) показывает результат сложения двух гармоник в комплексной форме. Колебания электронной плотности означают колебания среднего электрического заряда с разностной частотой или частотой биений $\omega_0 - \omega_1$. Следовательно, на разностной боровской частоте возможно дипольное излучение поперечных электромагнитных волн при выполнении всех законов сохранения. Другими словами, к электронной системе, совершающей колебания, должна быть подведена дополнительная энергия возбуждения, которую предстоит излучить, а также обеспечить обмен механическими моментами орбитальных электронов с соседними атомами. В противном случае излучение будет отсутствовать даже при наличии разностных частот движения электронов в одном и том же атоме.

Факт излучения электромагнитных волн атомами на разностных боровских частотах составляет так называемый комбинационный принцип Ритца, установленный им чисто эмпирически еще задолго до создания теории Бора [10].

Таким образом, мы установили, что разностная частота, на которой происходит излучение поперечных электромагнитных волн, непосредственно связана с реальными средними частотами статистического движения электронов в атомах в полном соответствии с законами электродинамики и классической физики.

Шредингер был одним из первых, кто разгадал этот механизм [11]: а именно, рассматривая атомы как систему колеблющихся электронов, он предложил связать условие частот Бора с появлением биений, так что боровская формула для частоты излучения $\nu = \frac{E_1}{h} - \frac{E_2}{h}$ выражала просто тот факт, хорошо известный из акустики или волновой электромагнитной теории, что частота биений – гетеродинная частота – равна разности двух одновременных характеристических частот излучателя.

В результате рассмотренного механизма излучения система атомов, имеющая в своем составе различные возбужденные орбиты электронов с разными средними частотами движения, становится своеобразным электронным преобразователем энергии возбуждения атомов в частоту

излучения поперечных электромагнитных волн. При этом, судя по спектроскопическим данным, можно отметить, что пропорциональная связь энергии с частотой выполняется с очень высокой точностью.

Проведенный детальный анализ механизма излучения электромагнитных волн атомами открывает тайну знаменитой квантовой формулы для фотонов: $E = h\nu$, подчеркивая то обстоятельство, что **фотонов** и так называемых **квантов как элементарных частиц в природе не существует**. А имеется самое обычное взаимодействие электронных оболочек атомов и молекул с электромагнитными полями в полном соответствии с законами классической электродинамики.

§ 44. Связь объемной спектральной плотности энергии излучения абсолютно черного тела со средней энергией колебаний дипольного излучателя

В основу вычислений для нахождения необходимого соотношения положена электромагнитная теория резонансного рассеяния света атомами [12]. Предположим, что при отсутствии возбуждающего излучения электроны в атомах двигаются по стационарным орбитам с некоторой средней частотой ω_0 , не излучая электромагнитных волн в силу запрета на излучение законом сохранения орбитального механического момента электронов.

Электрическое поле падающей световой волны $E = E_0 \exp(i\omega t)$ раскачивает электроны от равновесной орбиты, и они, совершая дополнительные колебания, рассеивают волновую энергию. В данном случае гармонические колебания электронов под действием возмущающего электрического поля происходят по одной прямой в направлении, совпадающем с направлением электрического вектора E , поэтому запрета на излучение по механическому моменту не существует. Когда частота падающей волны ω совпадает с частотой движения электрона на орбите ω_0 , наступает резонанс и поглощение волн становится максимальным.

Допустим, что возмущающее электрическое поле направлено вдоль оси x . Тогда уравнение движения электрона под действием световой волны имеет вид

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F}{m}, \quad (44.1)$$

где γ – постоянная затухания колебаний, $F = eE$ – вынуждающая сила, m – масса электрона. Уравнение (44.1) обычно решается в комплексном виде, в результате чего находится комплексная амплитуда отклика осциллятора X на силу F

$$X = \frac{F}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)}. \quad (44.2)$$

Опуская часть выкладок теории дипольного излучения, изложенной в работах [12,13], приведем лишь основные результаты вычислений. Полная мощность, излучаемая диполем во всех направлениях, равна

$$P = \frac{e^2 \omega^4 x_0^2}{12\pi\epsilon_0 c^3}, \quad (44.3)$$

где x_0 – амплитуда колебаний электрона.

С учетом выражения (44.2) из (44.3) получается [13]

$$P = \frac{\epsilon_0 c E_0^2}{2} \frac{8\pi r_0^2}{3} \frac{\omega^4}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}, \quad (44.4)$$

где E_0 – амплитуда электрического вектора световой волны, $r_0 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m c^2}$

– классический радиус электрона. Величина $I = \frac{\epsilon_0 c E_0^2}{2}$ означает интенсивность падающего света. В этом случае выражение (44.4) записывается в простой форме

$$P = I \sigma, \quad (44.5)$$

где σ – эффективное сечение рассеяния света во всех направлениях:

$$\sigma = \frac{8\pi r_0^2}{3} \frac{\omega^4}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}. \quad (44.6)$$

При высокой добротности Q осциллятора (в случае электрона Q – порядка 10^8) σ как функция частоты имеет заметную величину только для ω вблизи собственной частоты ω_0 . В этом диапазоне частот выражение (44.6) приобретает вид

$$\sigma = \frac{2\pi r_0^2 \omega_0^2}{3} \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\gamma^2}{4}}. \quad (44.7)$$

Для нахождения полной рассеянной мощности света необходимо

вычислить интеграл по всем возможным значениям величины ω

$$P = \int_0^{\infty} I(\omega) \sigma(\omega) d\omega \quad (44.8)$$

При этом можно предположить, что неизвестное спектральное распределение света $I(\omega)$ – это плавная кривая, которая в узкой области частот вблизи ω_0 , где σ имеет острый максимум, меняется не очень сильно, и поэтому $I(\omega)$ при интегрировании можно считать константой. С учетом резонансного характера кривой пределы интегрирования можно сделать от $-\infty$ до ∞ . Таким образом, интеграл сводится к табличному и легко вычисляется. В результате вычислений получаем для рассеянной мощности следующее выражение:

$$P = \frac{4\pi^2 r_0^2 \omega_0^2 I(\omega_0)}{3\gamma} \quad (44.9)$$

Теперь обратимся к уравнению для средней энергии осциллятора W , выражающему экспоненциальное уменьшение энергии колебаний во времени,

$$-P = \frac{dW}{dt} = -\gamma W \quad (44.10)$$

Уравнение (44.10) записано для одномерного случая. При колебаниях электрона вдоль трех осей x, y, z правую часть (44.10) нужно умножить на 3, тогда

$$P = 3\gamma W \quad (44.11)$$

Из (44.9) и (44.11) получаем

$$I(\omega_0) = \frac{9\gamma^2 W}{4\pi^2 r_0^2 \omega_0^2} \quad (44.12)$$

Для осциллятора средняя энергия колебаний равна удвоенной средней кинетической энергии или максимальной кинетической энергии K_{\max}

$$W = 2\langle K \rangle = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 x_0^2}{2} \quad (44.13)$$

Из (44.3), (44.10) и (44.13) находим

$$\gamma = \frac{e^2 \omega^2}{6\pi\epsilon_0 mc^3} = \frac{2r_0 \omega^2}{3c} \quad (44.14)$$

Подставив значение γ в (44.12), имеем

$$I(\omega) = \frac{\omega^2 W}{\pi^2 c^2}. \quad (44.15)$$

Принимая во внимание соотношение между интенсивностью света I и плотностью энергии ρ

$$I = \rho c, \quad (44.16)$$

от формулы для интенсивности света (44.15) переходим к выражению для плотности энергии излучения

$$\rho(\omega) = \frac{\omega^2 W}{\pi^2 c^3}. \quad (44.17)$$

Таким образом, нам удалось связать спектральную плотность энергии излучения со средней энергией колеблющегося электрона W , находящегося в полости абсолютно черного тела. Далее предстоит связать среднюю энергию W с температурой стенок T излучателя. Данная задача не является простой, но она вполне может быть решена классическими методами.

§ 45. Термодинамика излучения. Закон смещения Вина

Естественно предположить, что падающее на стенки излучающего тела электромагнитное излучение приведет к нагреву стенки и заставит атомы колебаться. Атомы кристаллической решетки, сталкиваясь между собой в процессе колебаний, будут переводить энергию колебаний во внутреннюю энергию возбуждения электронных оболочек ε с последующим излучением данной энергии в виде электромагнитных волн обратно в полость. В процессе обмена энергией между излучением и возбужденными атомами в конечном итоге должно установиться равновесие, т.е. количество поглощенной атомами энергии будет равняться количеству излученной ими электромагнитной энергии.

Процесс возбуждения атомов обычно происходит согласно статистическим закономерностям, поэтому для дальнейшего анализа воспользуемся законами статистической физики и термодинамики.

Важные результаты в термодинамике излучения были получены В. Вином (1864-1928) в 1893-1894 гг. Вин доказал, что равновесное излучение, заключенное в оболочке с идеально отражающими стенками, будет оставаться равновесным при квазистатическом сжатии или расширении оболочки. Кроме этого, им частично была решена задача по определению спектрального состава равновесного излучения (закон Вина) [14-16].

Поскольку формула Вина для спектральной плотности излучения представляет большой интерес и будет далее нами использована, приведем ее вывод, изложенный в работе [16].

Вначале получим уравнение адиабаты. Для этого представим, что равновесное излучение заполняет оболочку сферической формы с объемом V . При этом можно считать, что излучение является изотропным. Из волновой теории с учетом трех степеней свободы следует, что для изотропных волн плотность энергии волн ρ и давление волн на стенки p связаны соотношением

$$p = \frac{\rho}{3} . \quad (45.1)$$

Полная энергия излучения в оболочке равна ρV . При увеличении объема оболочки на dV за счет энергии волн совершается работа $p dV$, поэтому увеличение полной энергии равно

$$p dV = -d(\rho V) = -V d\rho - \rho dV . \quad (45.2)$$

С учетом (45.1) этому уравнению можно придать вид

$$4\rho dV + 3V d\rho = 0 . \quad (45.3)$$

После несложного интегрирования (45.3) получаем

$$\rho V^{\frac{4}{3}} = const \quad (45.4)$$

или, с учетом (45.1),

$$p V^{\frac{4}{3}} = const . \quad (45.5)$$

Это уравнение адиабаты для изотропного излучения, аналогичное уравнению адиабаты Пуассона для идеального газа. В данном случае постоянная адиабаты $\gamma = \frac{4}{3}$.

В силу эффекта Доплера при адиабатическом сжатии или расширении излучения должен меняться его спектральный состав. Допустим, что изотропное излучение занимает спектральный интервал от ω до $\omega + d\omega$. В результате отражения от движущейся стенки частота ω и ширина интервала $d\omega$ изменятся и сделаются равными ω' и $d\omega'$. При этом согласно (45.4) будет выполняться соотношение

$$\rho_{\omega} d\omega V^{\frac{4}{3}} = \rho'_{\omega'} d\omega' V'^{\frac{4}{3}} = const , \quad (45.6)$$

где V' и $\rho'_{\omega'}$ – объем и спектральная плотность энергии излучения частоты ω' в конце процесса.

Вин доказал, что, меняя адиабатически и квазистатически объем равновесного излучения в оболочке с идеально зеркальными стенками, можно получить равновесное излучение произвольной плотности, а, следовательно, и температуры. Энергию и температуру этого излучения можно найти, вычислив работу, совершенную над ним в этом процессе. Его спектральный состав найдется, если вычислить доплеровское изменение частоты излучения при его отражении от движущейся оболочки. Тем самым будет установлено определенное соотношение между параметрами равновесного излучения в начале процесса и на любой его стадии.

При бесконечно медленном адиабатическом расширении или сжатии оболочки с зеркальными стенками излучение в ней все время будет оставаться равновесным, так что его можно в любой момент времени характеризовать определенной температурой T . Выделим внутри оболочки произвольный луч, падающий на оболочку под углом ϑ (рис. 45.1). Время между двумя последовательными отражениями этого луча равно $\Delta t = \frac{2r}{c} \cos \vartheta$.

За это время радиус оболочки r получает приращение $\Delta r = v \Delta t$, где v – радиальная скорость расширения сферы. При каждом отражении происходит доплеровское изменение частоты, определяемое формулой

$$\frac{\Delta \omega}{\omega} = - \frac{2v \cos \vartheta}{c} = - \frac{2\Delta r \cos \vartheta}{c \Delta t} = - \frac{\Delta r}{r}, \quad (45.7)$$

если пренебречь квадратом бесконечно малой величины отношения радиальной скорости v расширения оболочки к скорости света.

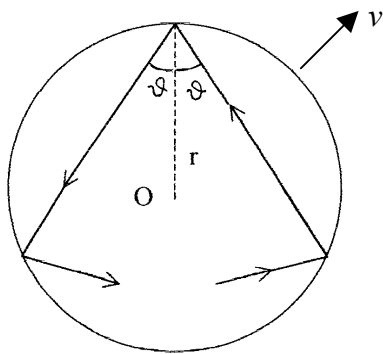


Рис. 45.1 Отражение света от стенок излучающей полости, расширяющейся со скоростью v

Относительное изменение частоты $\frac{\Delta \omega}{\omega}$ определяется только относительным изменением $\frac{\Delta r}{r}$ радиуса оболочки. Такая же формула получится и в том случае, когда за время изменения радиуса оболочки на Δr произойдет не одно, а много отражений светового луча. Требуется только,

чтобы выполнялось условие $\Delta r \ll r$. При бесконечно медленном расширении величины Δr и $\Delta \omega$ можно заменить их дифференциалами, т.е. написать

$$\frac{d\omega}{\omega} + \frac{dr}{r} = 0 \quad (45.8)$$

Это означает, что реальный процесс, в котором последовательные отражения отделены друг от друга малыми, но все же конечными промежутками, при расчетах заменяется идеализированной схемой, в которой эти отражения следуют друг за другом непрерывно во времени. Интегрируя уравнение (45.8), получим

$$\omega r = \text{const} \quad (45.9)$$

Так как $r \sim V^{\frac{1}{3}}$, то этот результат можно записать также в виде

$$\omega^3 V = \text{const} \quad (45.10)$$

Поскольку он получен для бесконечно медленного процесса, величина $\omega^3 V$ является *адиабатическим инвариантом*. Комбинируя его с ранее полученными адиабатическими инвариантами (45.4) и (45.6), получим новые адиабатические инварианты. Так, из формул (45.4) и (45.10) следует

$$\frac{\omega^4}{\rho} = \text{const} \quad (45.11)$$

или на основании закона Стефана – Больцмана ($\rho = \sigma T^4$):

$$\frac{\omega}{T} = \text{const} \quad (45.12)$$

Аналогично, формулы (45.6) и (45.10) дают

$$\frac{\rho_\omega d\omega}{\omega^4} = \text{const} \quad (45.13)$$

Таким образом, при квазистатическом расширении или сжатии равновесного излучения в полости с зеркальными стенками каждая квазимонохроматическая составляющая излучения ведет себя независимо от остальных составляющих и меняется так, что величины $\omega^3 V$, $\frac{\rho}{\omega^4}$ и $\frac{\rho_\omega d\omega}{\omega^4}$ остаются постоянными, т.е. являются адиабатическими инвариантами.

По теореме Вина при таком процессе излучение все время остается равновесным. Такое же излучение можно было бы получить в неподвижной оболочке, нагревая или охлаждая ее стенки. Поэтому полученные результаты можно представить как свойства только самого равновесного излучения, не связывая их ни с каким конкретным процессом.

Сформулируем эти результаты следующим образом. Изменим любым способом температуру равновесного излучения от T до T' так, чтобы излучение оставалось равновесным. Каждому значению частоты ω излучения в начальном состоянии поставим в соответствие такую частоту ω'

в конечном состоянии, чтобы $\frac{\omega}{T} = \frac{\omega'}{T'}$ и, следовательно, $\frac{d\omega}{T} = \frac{d\omega'}{T'}$. Тогда плотности лучистой энергии в этих состояниях будут связаны соотношениями

$$\frac{\rho}{\omega^4} = \frac{\rho'}{\omega'^4}, \quad (45.14)$$

$$\frac{\rho_{\omega} d\omega}{\omega^4} = \frac{\rho'_{\omega'} d\omega'}{\omega'^4}. \quad (45.15)$$

Эти результаты составляют содержание закона смещения Вина в его наиболее общей форме.

Из формулы (45.15) с учетом (45.12) получаем

$$\rho_{\omega}(\omega, T) = \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^4 \frac{d\omega'}{d\omega} \rho'_{\omega'}(\omega', T') = \left(\frac{T}{T'}\right)^3 \rho'_{\omega'}\left(\frac{T'\omega}{T}, T'\right). \quad (45.16)$$

Это соотношение справедливо при любом значении температуры T' , а потому правая часть равенства от T' не зависит. Величине T' можно придать любое значение, представив полученное соотношение в виде

$$\rho_{\omega}(\omega, T) = T^3 \varphi\left(\frac{\omega}{T}\right), \quad (45.17)$$

где $\varphi\left(\frac{\omega}{T}\right)$ – универсальная функция аргумента $\frac{\omega}{T}$. С учетом соотношения (45.12) тот же результат может быть записан в следующем виде:

$$\rho_{\omega}(\omega, T) = \omega^3 f\left(\frac{\omega}{T}\right), \quad (45.18)$$

где $f\left(\frac{\omega}{T}\right) = \left(\frac{T'}{\omega'}\right)^3 \varphi\left(\frac{\omega}{T}\right)$ – новая универсальная функция того же аргумента $\frac{\omega}{T}$.

Тем самым определение универсальной функции $\rho_{\omega}(\omega, T)$ двух аргументов сведено к задаче нахождения универсальной функции $f\left(\frac{\omega}{T}\right)$ одного аргумента. Отсюда следует, что если известно спектральное распределение в равновесном излучении при какой-либо произвольной температуре T' , то с помощью формулы (45.18) можно найти это распределение при любой другой температуре T .